

Supplementary material for the article:  
“Hypothesis testing for the population mean and  
variance based on r-size biased samples”.

P. Economou<sup>a</sup>, A. Batsidis<sup>b</sup>, G. Tzavelas<sup>c</sup>, and D. Bagkavos<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Department of Civil Engineering, University of Patras, University Campus, 26504, Rio Achaia, Greece

<sup>b</sup>Department of Mathematics, University of Ioannina, 45110 Ioannina, Greece

<sup>c</sup>Department of Statistics and Insurance Science, 80 Karaoli & Dimitriou St., 18534 Piraeus, Greece

**Abstract**

Type I empirical error rates for the plug-in and bootstrap approaches when testing  $H_0 : \mu = \mu^0$  and  $H_0 : \text{var}(X) = \sigma_0^2$  at  $\alpha = 1\%, 5\%, 10\%$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from the Weibull( $a, 6$ ), gamma( $a, 3$ ) and gamma( $a, 6$ ) distributions.

**1 Simulated type I errors for the Weibull( $a, 6$ ), gamma( $a, 3$ ) and gamma( $a, 6$ ) distributions.**

Table 1: Type I empirical error rates with plug-in and bootstrap approaches for testing  $H_0 : \mu_1 = \mu^0$  at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from Weibull(a,6).

a	r	n	Plug-in			Bootstrap		
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$\mu^0 = 5.357877$					
3	1	50	0.0139	0.0556	0.1043	0.0049	0.0398	0.0906
		100	0.0120	0.0507	0.1008	0.0078	0.0445	0.0941
		200	0.0117	0.0505	0.0975	0.0097	0.0476	0.0964
		500	0.0100	0.0497	0.0993	0.0100	0.0488	0.0993
		750	0.0104	0.0513	0.1023	0.0095	0.0515	0.1026
		1000	0.0116	0.0535	0.1030	0.0124	0.0536	0.1036
		1250	0.0116	0.0533	0.1033	0.0121	0.0535	0.1034
	2	1500	0.0093	0.0496	0.0983	0.0097	0.0501	0.0981
		50	0.0067	0.0276	0.0519	0.0031	0.0361	0.0866
		100	0.0065	0.0238	0.0465	0.0068	0.0450	0.0944
		200	0.0068	0.0238	0.0467	0.0105	0.0490	0.0975
		500	0.0087	0.0271	0.0522	0.0115	0.0516	0.1001
		750	0.0093	0.0274	0.0540	0.0123	0.0503	0.099
		1000	0.0088	0.0279	0.0583	0.0120	0.0517	0.1014
		1250	0.0084	0.0281	0.0571	0.0105	0.0499	0.1009
		1500	0.0092	0.0281	0.0555	0.0104	0.0474	0.0968
$\mu^0 = 5.509012$								
5	1	50	0.0151	0.0583	0.1074	0.0051	0.0402	0.0911
		100	0.0130	0.0532	0.1038	0.0084	0.0464	0.0975
		200	0.0105	0.0507	0.1024	0.0089	0.0484	0.0988
		500	0.0103	0.0503	0.0998	0.0101	0.0494	0.0983
		750	0.0107	0.0518	0.1022	0.0107	0.0514	0.1014
		1000	0.0106	0.0523	0.1009	0.0105	0.0526	0.1007
		1250	0.0094	0.0522	0.1034	0.0103	0.0518	0.1031
	2	1500	0.0103	0.0502	0.1012	0.0113	0.0505	0.1012
		50	0.0141	0.0506	0.0897	0.0035	0.0356	0.0841
		100	0.0131	0.0484	0.0917	0.0070	0.0451	0.0954
		200	0.0120	0.0455	0.0889	0.0096	0.0477	0.0985
		500	0.0118	0.0479	0.0946	0.0104	0.0502	0.1009
		750	0.0104	0.0461	0.0928	0.0100	0.0487	0.0976
		1000	0.0117	0.0499	0.0989	0.0112	0.0510	0.1041
		1250	0.0110	0.0476	0.0928	0.0101	0.0501	0.0983
	3	1500	0.0112	0.0496	0.0950	0.0114	0.0516	0.1010
		50	0.0090	0.0278	0.0542	0.0032	0.0299	0.0795
		100	0.0092	0.0274	0.0534	0.0077	0.0450	0.0954
		200	0.0092	0.0268	0.0544	0.0092	0.0491	0.1018
		500	0.0093	0.0293	0.0568	0.0114	0.0522	0.1019
		750	0.0097	0.0304	0.0593	0.0107	0.0514	0.1022
		1000	0.0110	0.0310	0.0610	0.0112	0.0502	0.1010
		1250	0.0116	0.0323	0.0645	0.0124	0.0530	0.1025
		1500	0.0109	0.0334	0.0650	0.0111	0.0542	0.1004

Table 2: Type I empirical error rates with plug-in and bootstrap approaches for testing  $H_0 : \text{var}(X) = \sigma_0^2$  at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from Weibull(a,6).

a	r	n	Plug-in			Bootstrap		
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$\sigma_0^2 = 3.791984$					
3	1	50	0.0170	0.0583	0.1006	0.0123	0.0519	0.1043
		100	0.0149	0.0520	0.0982	0.0123	0.0529	0.1051
		200	0.0124	0.0475	0.0941	0.0116	0.0499	0.1010
		500	0.0110	0.0495	0.0976	0.0105	0.0520	0.1026
		750	0.0113	0.0475	0.0961	0.0109	0.0494	0.1008
		1000	0.0113	0.0506	0.0997	0.0112	0.0518	0.1037
		1250	0.0122	0.0486	0.1008	0.0117	0.0513	0.1049
	2	1500	0.0095	0.0462	0.0939	0.0104	0.0481	0.0979
		50	0.0007	0.0036	0.0102	0.0126	0.0574	0.1094
		100	0.0009	0.0046	0.0102	0.0124	0.0536	0.1038
		200	0.0035	0.0083	0.0143	0.0118	0.0524	0.1050
		500	0.0070	0.0149	0.0242	0.0126	0.0529	0.1017
		750	0.0077	0.0143	0.0252	0.0113	0.0501	0.1012
		1000	0.0078	0.0160	0.0268	0.0109	0.0520	0.1017
		1250	0.0083	0.0176	0.0295	0.0107	0.0521	0.1021
		1500	0.0090	0.0183	0.0288	0.0107	0.0495	0.0972
$\sigma_0^2 = 1.592279$								
5	1	50	0.0198	0.0627	0.1094	0.0106	0.0523	0.1026
		100	0.0160	0.0559	0.1008	0.0112	0.0531	0.1009
		200	0.0145	0.0532	0.0983	0.0124	0.0517	0.1005
		500	0.0120	0.0514	0.0996	0.0112	0.0514	0.1008
		750	0.0106	0.0518	0.1026	0.0104	0.0506	0.1024
		1000	0.0103	0.0491	0.0954	0.0103	0.0495	0.0978
		1250	0.0111	0.0523	0.1014	0.0117	0.0535	0.1015
	2	1500	0.0112	0.0503	0.1010	0.0109	0.0516	0.1021
		50	0.0093	0.0282	0.0529	0.0111	0.0515	0.1013
		100	0.0105	0.0285	0.0555	0.0119	0.0525	0.1053
		200	0.0112	0.0298	0.0575	0.0106	0.0503	0.1000
		500	0.0124	0.0348	0.0646	0.0108	0.0508	0.1006
		750	0.0120	0.0355	0.0687	0.0112	0.0490	0.1029
		1000	0.0146	0.0397	0.0737	0.0125	0.0522	0.1027
		1250	0.0130	0.0369	0.0711	0.0118	0.0504	0.0998
	3	1500	0.0133	0.0388	0.0743	0.0122	0.0491	0.1025
		50	0.0010	0.0036	0.0099	0.0122	0.0516	0.1035
		100	0.0030	0.0083	0.0134	0.0117	0.0530	0.1045
		200	0.0051	0.0112	0.0172	0.0102	0.0546	0.1047
		500	0.0076	0.0148	0.0225	0.0112	0.0490	0.0986
		750	0.0090	0.0172	0.0261	0.0106	0.0508	0.0998
		1000	0.0101	0.0194	0.0277	0.0110	0.0518	0.1011
		1250	0.0113	0.0208	0.0310	0.0115	0.0516	0.1017
		1500	0.0110	0.0210	0.0316	0.0107	0.0524	0.1018

Table 3: Type I empirical error rates with bootstrap approach for testing the hypotheses at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from Weibull(a,6). The plug-in approach cannot be applied in these cases.

a	r	n	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$H_0 : \mu_1 = 6$			$H_0 : var(X) = 36$		
1	1	50	0.0084	0.0546	0.1084	0.0097	0.0445	0.0908
		100	0.0136	0.0548	0.1053	0.0095	0.0488	0.0949
		200	0.0158	0.0584	0.1101	0.0101	0.0478	0.0962
		500	0.0151	0.0564	0.1065	0.0112	0.0507	0.0997
		750	0.0138	0.0537	0.1042	0.0090	0.0481	0.0992
		1000	0.0125	0.0560	0.1057	0.0104	0.0493	0.0973
		1250	0.0129	0.0563	0.1087	0.0102	0.0480	0.098
	2	1500	0.0147	0.0558	0.1076	0.0103	0.0522	0.1036
		50	0.0039	0.0315	0.0971	0.0167	0.0616	0.1154
		100	0.0080	0.0549	0.1151	0.0169	0.0639	0.1146
		200	0.0151	0.0629	0.1194	0.0166	0.0672	0.1154
		500	0.0141	0.0587	0.1128	0.0165	0.0630	0.1117
		750	0.0147	0.0603	0.1138	0.0175	0.0639	0.1138
		1000	0.0150	0.0617	0.1119	0.0183	0.0663	0.1162
		1250	0.0158	0.0610	0.1118	0.0173	0.0649	0.1141
3	3	1500	0.0156	0.0590	0.1091	0.0171	0.0645	0.1143
		50	0.0047	0.0265	0.0743	0.0078	0.0555	0.1124
		100	0.0054	0.0395	0.0892	0.0092	0.0523	0.1063
		250	0.0092	0.0477	0.0986	0.0116	0.0538	0.1041
		500	0.0118	0.0535	0.1030	0.0123	0.0548	0.1052
		750	0.0156	0.0640	0.1175	0.0265	0.0829	0.1415
		1000	0.0135	0.0592	0.1120	0.0247	0.0821	0.1419
		1250	0.0146	0.0602	0.1157	0.0230	0.0835	0.1401
		1500	0.0144	0.0587	0.1102	0.0234	0.0767	0.1331
			$H_0 : \mu_1 = 5.357877$			$H_0 : var(X) = 3.791984$		
3	3	50	0.0047	0.0265	0.0743	0.0078	0.0555	0.1124
		100	0.0054	0.0395	0.0892	0.0092	0.0523	0.1063
		200	0.0092	0.0477	0.0986	0.0116	0.0538	0.1041
		500	0.0118	0.0535	0.1030	0.0123	0.0548	0.1052
		750	0.0113	0.0533	0.1044	0.0113	0.0512	0.1005
		1000	0.0132	0.0540	0.1067	0.0124	0.0524	0.1033
		1250	0.0117	0.0522	0.1017	0.0115	0.0526	0.1039
		1500	0.0116	0.0528	0.1016	0.0113	0.0501	0.0996

Table 4: Type I empirical error rates with plug-in and bootstrap approaches for testing  $H_0 : \mu_1 = \mu^0$  at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from gamma(a,3).

a	r	n	Plug-in			Bootstrap		
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$\mu^0 = 9$			$\mu^0 = 15$		
3	1	50	0.0133	0.0508	0.0950	0.0017	0.035	0.0789
		100	0.0118	0.0516	0.0984	0.0095	0.0442	0.0910
		200	0.0116	0.0529	0.0988	0.0111	0.0498	0.0969
		500	0.0110	0.0498	0.0989	0.0106	0.0498	0.0976
		750	0.0114	0.0510	0.0998	0.0111	0.0502	0.0992
		1000	0.0098	0.0499	0.0978	0.0101	0.0498	0.0982
		1250	0.0115	0.0518	0.1021	0.0116	0.0516	0.1027
		1500	0.0112	0.0518	0.1016	0.0119	0.0524	0.1021
	2	50	0.0168	0.0466	0.0772	0.0007	0.0105	0.0727
		100	0.0086	0.0307	0.0566	0.0061	0.0534	0.1053
		200	0.0066	0.0239	0.0476	0.0148	0.0589	0.1079
		500	0.0065	0.0224	0.0459	0.0156	0.0582	0.1057
		750	0.0072	0.0231	0.0470	0.0157	0.0585	0.1079
	3	1000	0.0070	0.0218	0.0455	0.0136	0.0551	0.1023
		1250	0.0090	0.0272	0.0522	0.0154	0.0577	0.1045
		1500	0.0083	0.0256	0.0533	0.0153	0.0571	0.1049
		50	0.0140	0.0576	0.1074	0.0038	0.0365	0.0854
		100	0.0135	0.0555	0.1038	0.0099	0.0466	0.0926
	2	200	0.0115	0.0509	0.0977	0.0092	0.0466	0.0932
		500	0.0092	0.0493	0.0996	0.0101	0.0488	0.0978
		750	0.0105	0.0532	0.1027	0.0105	0.0531	0.1018
		1000	0.0110	0.0507	0.1024	0.0108	0.0511	0.1015
		1250	0.0102	0.0499	0.0983	0.0114	0.0503	0.0979
		1500	0.0106	0.0518	0.0990	0.0115	0.0509	0.1003
		50	0.0177	0.0510	0.0880	0.0009	0.0273	0.0828
		100	0.0121	0.0432	0.0817	0.0089	0.0459	0.0945
		200	0.0118	0.0459	0.0856	0.0137	0.0522	0.0996
		500	0.0127	0.0459	0.0877	0.0144	0.0517	0.1017
		750	0.0121	0.0448	0.0870	0.0128	0.0500	0.0983
	3	1000	0.0098	0.0444	0.0873	0.0108	0.0503	0.0976
		1250	0.0132	0.0472	0.0893	0.0137	0.0516	0.0996
		1500	0.0108	0.0474	0.0912	0.0117	0.0518	0.1011
		50	0.0122	0.0362	0.0603	0.0014	0.0103	0.0441
		100	0.0048	0.0207	0.0418	0.0023	0.0433	0.1018
	4	200	0.0045	0.0184	0.0357	0.0138	0.0586	0.1086
		500	0.0049	0.0191	0.0394	0.0166	0.0615	0.1115
		750	0.0070	0.0202	0.0399	0.0164	0.0609	0.1123
		1000	0.0067	0.0189	0.0384	0.0157	0.0578	0.1080
		1250	0.0085	0.0219	0.0411	0.0152	0.0566	0.1057
		1500	0.0074	0.0215	0.0410	0.0146	0.0550	0.1054

Table 5: Type I empirical error rates with plug-in and bootstrap approaches for testing  $H_0 : \mu_1 = \mu^0$  at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from gamma(a,6).

a	r	n	Plug-in			Bootstrap		
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$\mu^0 = 18$					
3	1	50	0.0155	0.0548	0.1014	0.0030	0.0372	0.0843
		100	0.0099	0.0488	0.0965	0.0086	0.0408	0.0870
		200	0.0115	0.0502	0.0962	0.0103	0.0458	0.0920
		500	0.0112	0.0521	0.0992	0.0105	0.0506	0.0980
		750	0.0092	0.0514	0.0976	0.0098	0.0501	0.0982
		1000	0.0101	0.0503	0.0990	0.0109	0.0496	0.0997
		1250	0.0106	0.0475	0.0983	0.0106	0.0483	0.0989
		1500	0.0095	0.0477	0.0963	0.0102	0.0479	0.0969
	2	50	0.0155	0.0456	0.0751	0.0006	0.0096	0.0729
		100	0.0068	0.0288	0.0558	0.0047	0.0516	0.1056
		200	0.0060	0.0236	0.0464	0.0150	0.0595	0.1056
		500	0.0071	0.0233	0.0474	0.0163	0.0596	0.1091
		750	0.0065	0.0235	0.0480	0.0165	0.0573	0.1073
	3	1000	0.0079	0.0262	0.0521	0.0169	0.0587	0.1085
		1250	0.0084	0.0268	0.0502	0.0163	0.0563	0.1058
		1500	0.0085	0.0254	0.0510	0.0144	0.0557	0.1053
		$\mu^0 = 30$						
		50	0.0150	0.0581	0.1101	0.0048	0.0377	0.0872
5	1	100	0.0116	0.0541	0.1053	0.0085	0.0440	0.0926
		200	0.0115	0.0514	0.0994	0.0103	0.0481	0.0941
		500	0.0115	0.0527	0.1035	0.0118	0.0515	0.1017
		750	0.0100	0.0510	0.1017	0.0094	0.0501	0.1010
		1000	0.0095	0.0496	0.1022	0.0104	0.0494	0.1008
		1250	0.0091	0.0479	0.0963	0.0098	0.0475	0.0968
		1500	0.0113	0.0492	0.1014	0.0121	0.0501	0.1008
		50	0.0164	0.0513	0.0886	0.0005	0.0263	0.0845
		100	0.0139	0.0469	0.0836	0.0093	0.0497	0.0970
		200	0.0117	0.0434	0.0811	0.0134	0.0507	0.0951
	2	500	0.0107	0.0423	0.0839	0.0122	0.0498	0.0965
		750	0.0092	0.0427	0.0882	0.0109	0.0506	0.0996
		1000	0.0125	0.0482	0.0920	0.0135	0.0539	0.1023
		1250	0.0105	0.0459	0.0899	0.0117	0.0521	0.0999
		1500	0.0112	0.0461	0.0916	0.0117	0.0509	0.1019
	3	50	0.0122	0.0341	0.0583	0.0011	0.0123	0.0440
		100	0.0061	0.0213	0.0405	0.0023	0.0434	0.0994
		200	0.0044	0.0182	0.0375	0.0136	0.0596	0.1081
		500	0.0057	0.0166	0.0374	0.0160	0.0594	0.1089
		750	0.0060	0.0183	0.0384	0.0165	0.0622	0.1116
		1000	0.0077	0.0205	0.0415	0.0172	0.0615	0.1127
		1250	0.0069	0.0203	0.0405	0.0155	0.0580	0.1102
		1500	0.0069	0.0216	0.0421	0.0151	0.0575	0.1067

Table 6: Type I empirical error rates with plug-in and bootstrap approaches for testing  $H_0 : \text{var}(X) = \sigma_0^2$  at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from gamma(a,3).

a	r	n	Plug-in			Bootstrap		
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
$\sigma_0^2 = 27$								
3	1	50	0.0354	0.0790	0.1245	0.0117	0.0536	0.1031
		100	0.0223	0.0629	0.1090	0.0103	0.0522	0.1000
		200	0.0172	0.0592	0.1084	0.0105	0.0522	0.1052
		500	0.0108	0.0509	0.1017	0.0092	0.0495	0.1011
		750	0.0120	0.0508	0.0996	0.0112	0.0511	0.1000
		1000	0.0118	0.0520	0.1014	0.0113	0.0523	0.1010
		1250	0.0123	0.0522	0.0993	0.0122	0.0528	0.1006
		1500	0.0097	0.0518	0.1016	0.0094	0.0508	0.1026
	2	50	0.0040	0.0155	0.0302	0.0055	0.0415	0.0897
		100	0.0010	0.0069	0.0188	0.0075	0.0484	0.1016
		200	0.0006	0.0053	0.0131	0.0114	0.0533	0.1048
		500	0.0006	0.0059	0.0160	0.0123	0.0535	0.1057
		750	0.0014	0.0070	0.0189	0.0115	0.0537	0.1035
		1000	0.0028	0.0096	0.0201	0.0117	0.0499	0.1014
		1250	0.0036	0.0112	0.0247	0.0114	0.0538	0.1034
		1500	0.0038	0.0122	0.0254	0.0108	0.0498	0.1002
$\sigma_0^2 = 45$								
5	1	50	0.0364	0.0797	0.1233	0.0111	0.0512	0.1003
		100	0.0238	0.0683	0.1160	0.0111	0.0530	0.1005
		200	0.0160	0.0590	0.1089	0.0108	0.0518	0.1042
		500	0.0128	0.0518	0.1026	0.0106	0.0494	0.1002
		750	0.0109	0.0517	0.1013	0.0094	0.0493	0.1011
		1000	0.0110	0.0531	0.1043	0.0102	0.0533	0.1022
		1250	0.0100	0.0506	0.0992	0.0109	0.0516	0.1022
		1500	0.0125	0.0520	0.1031	0.0123	0.0529	0.1017
	2	50	0.0119	0.0392	0.0711	0.0111	0.0552	0.1091
		100	0.0064	0.0303	0.0589	0.0122	0.0554	0.1063
		200	0.0073	0.0299	0.0616	0.0120	0.0538	0.1057
		500	0.0093	0.0362	0.0701	0.0113	0.0543	0.1033
		750	0.0106	0.0379	0.0731	0.0124	0.0536	0.1067
		1000	0.0091	0.0372	0.0735	0.0108	0.0519	0.1037
		1250	0.0114	0.0373	0.0744	0.0113	0.0514	0.1002
		1500	0.0107	0.0384	0.0761	0.0121	0.0497	0.1015
	3	50	0.0007	0.0035	0.0096	0.0046	0.0422	0.097
		100	0.0001	0.0009	0.0036	0.0089	0.0542	0.1076
		200	0.0001	0.0004	0.0021	0.0109	0.0591	0.1119
		500	0.0002	0.0020	0.0052	0.0119	0.0522	0.1025
		750	0.0014	0.0044	0.0094	0.0123	0.0539	0.1039
		1000	0.0018	0.0061	0.0113	0.0116	0.0532	0.1052
		1250	0.0034	0.0093	0.0148	0.0118	0.0526	0.1014
		1500	0.0034	0.0092	0.0148	0.0109	0.0523	0.0998

Table 7: Type I empirical error rates with plug-in and bootstrap approaches for testing  $H_0 : \text{var}(X) = \sigma_0^2$  at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from gamma(a,6).

a	r	n	Plug-in			Bootstrap		
			$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$\sigma_0^2 = 108$					
3	1	50	0.0363	0.0799	0.1262	0.0106	0.0493	0.1015
		100	0.0363	0.0799	0.1262	0.0106	0.0493	0.1015
		200	0.0157	0.0542	0.0994	0.0112	0.0492	0.0980
		500	0.0130	0.0529	0.1028	0.0120	0.0521	0.1021
		750	0.0112	0.0498	0.1003	0.0107	0.0514	0.0998
		1000	0.0114	0.0547	0.1066	0.0107	0.0536	0.1042
		1250	0.0103	0.0488	0.0980	0.0104	0.0500	0.0978
		1500	0.0109	0.0502	0.0967	0.0110	0.0501	0.0969
	2	50	0.0053	0.0158	0.0314	0.0067	0.0414	0.0905
		100	0.0010	0.0067	0.0171	0.0089	0.0503	0.1014
		200	0.0004	0.0048	0.0135	0.0097	0.0525	0.1044
		500	0.0009	0.0057	0.0153	0.0126	0.0522	0.1024
		750	0.0013	0.0068	0.0182	0.0103	0.0523	0.1031
	3	1000	0.0029	0.0099	0.0223	0.0124	0.0544	0.1041
		1250	0.0033	0.0103	0.0229	0.0118	0.0519	0.1041
		1500	0.0047	0.0126	0.0238	0.0109	0.0493	0.0998
		$\sigma_0^2 = 180$						
		50	0.0365	0.0841	0.1293	0.0119	0.0556	0.1058
5	1	100	0.0242	0.0675	0.1140	0.0121	0.0531	0.1017
		200	0.0158	0.0567	0.1031	0.0103	0.0497	0.1000
		500	0.0116	0.0506	0.1014	0.0102	0.0506	0.1001
		750	0.0107	0.0521	0.1014	0.0106	0.0494	0.1001
		1000	0.0121	0.0541	0.1041	0.0130	0.0539	0.1044
		1250	0.0112	0.0513	0.0999	0.0119	0.0504	0.0998
		1500	0.0101	0.0512	0.1025	0.0104	0.0512	0.1033
		50	0.0113	0.0383	0.0696	0.0115	0.0536	0.1088
		100	0.0073	0.0294	0.0578	0.0137	0.0551	0.1045
		200	0.0064	0.0268	0.0583	0.0101	0.0497	0.1009
	2	500	0.0096	0.0322	0.0654	0.0116	0.0491	0.0995
		750	0.0092	0.0348	0.0714	0.0116	0.0514	0.1013
		1000	0.0116	0.0392	0.0757	0.0130	0.0555	0.1047
		1250	0.0108	0.0390	0.0774	0.0116	0.0532	0.1021
		1500	0.0112	0.0393	0.0755	0.0099	0.0518	0.1006
	3	50	0.0010	0.0042	0.0101	0.0054	0.0423	0.0940
		100	0.0002	0.0012	0.0036	0.0086	0.0502	0.1076
		200	0.0000	0.0005	0.0015	0.0096	0.0549	0.1073
		500	0.0005	0.0021	0.0049	0.0120	0.0547	0.1076
		750	0.0010	0.0047	0.0083	0.0125	0.0516	0.1023
		1000	0.0024	0.0069	0.0123	0.0119	0.0520	0.1026
		1250	0.0032	0.0082	0.0140	0.0107	0.0497	0.0997
		1500	0.0033	0.0091	0.0155	0.0113	0.0521	0.1030

Table 8: Type I empirical error rates with bootstrap approach for testing the hypotheses at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from gamma(a,3). The plug-in approach cannot be applied in these cases.

a	r	n	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$H_0 : \mu_1 = 3$			$H_0 : var(X) = 9$		
1	1	50	0.0012	0.0355	0.1001	0.0041	0.0326	0.0795
		100	0.0121	0.0593	0.1118	0.0062	0.0366	0.0822
		200	0.0200	0.0637	0.1144	0.0063	0.0408	0.0898
		500	0.0178	0.0628	0.1158	0.0095	0.0471	0.0976
		750	0.0159	0.0603	0.1101	0.0083	0.0446	0.0932
		1000	0.0168	0.0579	0.1073	0.0088	0.0491	0.0984
		1250	0.0144	0.0560	0.1026	0.0094	0.0477	0.0940
	2	1500	0.0153	0.0581	0.1088	0.0098	0.0487	0.1002
		50	0.0045	0.0293	0.0669	0.0067	0.0420	0.1032
		100	0.0040	0.0271	0.0946	0.0077	0.0451	0.0954
		200	0.0059	0.0640	0.1310	0.0128	0.0526	0.1033
		500	0.0187	0.0727	0.1298	0.0146	0.0549	0.0999
		750	0.0195	0.0721	0.1278	0.0151	0.0574	0.1048
		1000	0.0207	0.0700	0.1265	0.0163	0.0591	0.1062
		1250	0.0198	0.0681	0.1226	0.0165	0.0591	0.1038
3	3	1500	0.0201	0.0701	0.1243	0.0166	0.0619	0.1087
		50	0.0106	0.0415	0.0802	0.0162	0.0713	0.1461
		100	0.0097	0.0410	0.0830	0.0216	0.0801	0.1540
		200	0.0074	0.0359	0.0941	0.0281	0.0883	0.1598
		500	0.0089	0.0595	0.1244	0.0255	0.0832	0.1434
		750	0.0146	0.0676	0.1257	0.0275	0.0866	0.1455
		1000	0.0155	0.0686	0.1226	0.0258	0.0855	0.1411
		1250	0.0153	0.0670	0.1237	0.0262	0.0821	0.1412
		1500	0.0173	0.0681	0.1232	0.0257	0.0793	0.1368
			$H_0 : \mu_1 = 9$			$H_0 : var(X) = 18$		
3	3	50	0.0030	0.0232	0.0548	0.0023	0.0221	0.0592
		100	0.0026	0.0261	0.0981	0.0025	0.0261	0.0677
		200	0.0102	0.0591	0.1174	0.0035	0.0328	0.0781
		500	0.0162	0.0629	0.1148	0.0060	0.0415	0.0926
		750	0.0163	0.0629	0.1167	0.0067	0.0448	0.0999
		1000	0.0185	0.0637	0.1150	0.0080	0.0507	0.1021
		1250	0.0187	0.0643	0.1139	0.0080	0.0498	0.1006
		1500	0.0176	0.0667	0.1154	0.0078	0.0518	0.1039

Table 9: Type I empirical error rates with bootstrap approach for testing the hypotheses at  $\alpha$  significance level with 20,000  $r$ -size biased samples of size  $n$  from gamma(a,6). The plug-in approach cannot be applied in these cases.

a	r	n	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$	$\alpha = 0.01$	$\alpha = 0.05$	$\alpha = 0.10$
			$H_0 : \mu_1 = 6$			$H_0 : var(X) = 32$		
1	1	50	0.0008	0.0331	0.1020	0.0048	0.0337	0.0799
		100	0.0113	0.0560	0.1119	0.0060	0.0390	0.0839
		200	0.0197	0.0627	0.1141	0.0076	0.0416	0.0896
		500	0.0177	0.0634	0.1119	0.0088	0.0455	0.0929
		750	0.0165	0.0583	0.1083	0.0089	0.0456	0.0929
		1000	0.0158	0.0588	0.1103	0.0094	0.0469	0.0955
		1250	0.0150	0.0574	0.1074	0.0105	0.0477	0.0968
	2	1500	0.0158	0.0578	0.1080	0.0102	0.0485	0.0993
		50	0.0056	0.0311	0.0671	0.0069	0.0430	0.1003
		100	0.0038	0.0267	0.0965	0.0077	0.0457	0.0997
		200	0.0064	0.0609	0.1262	0.0128	0.0496	0.0960
		500	0.0194	0.0721	0.1306	0.0147	0.0570	0.1041
		750	0.0203	0.0715	0.1301	0.0149	0.0595	0.1067
		1000	0.0213	0.0733	0.1269	0.0153	0.0612	0.1075
		1250	0.0214	0.0691	0.1219	0.0150	0.0571	0.1012
3	3	1500	0.0190	0.0676	0.1193	0.0142	0.0592	0.1029
		50	0.0101	0.0413	0.0758	0.0150	0.0720	0.1427
		100	0.0098	0.0422	0.0808	0.0200	0.0817	0.1551
		200	0.0066	0.0345	0.0896	0.0233	0.0840	0.1524
		500	0.0083	0.0606	0.1243	0.0280	0.0871	0.1472
		750	0.0131	0.0657	0.1239	0.0263	0.0837	0.1415
		1000	0.0148	0.0680	0.1251	0.0258	0.0837	0.1421
		1250	0.0165	0.0664	0.1234	0.0263	0.0808	0.1383
		1500	0.0170	0.0687	0.1245	0.0263	0.0847	0.1428
			$H_0 : \mu_1 = 18$			$H_0 : var(X) = 108$		
3	3	50	0.0039	0.0240	0.0550	0.0021	0.0210	0.0597
		100	0.0033	0.0299	0.0989	0.0032	0.0255	0.0682
		200	0.0095	0.0616	0.1220	0.0039	0.0320	0.0780
		500	0.0182	0.0678	0.1205	0.0057	0.0414	0.0917
		750	0.0162	0.0624	0.1170	0.0070	0.0442	0.0953
		1000	0.0166	0.0604	0.1116	0.0081	0.0517	0.1045
		1250	0.0183	0.0650	0.1162	0.0086	0.0513	0.1050
		1500	0.0178	0.0624	0.1151	0.0091	0.0512	0.1016